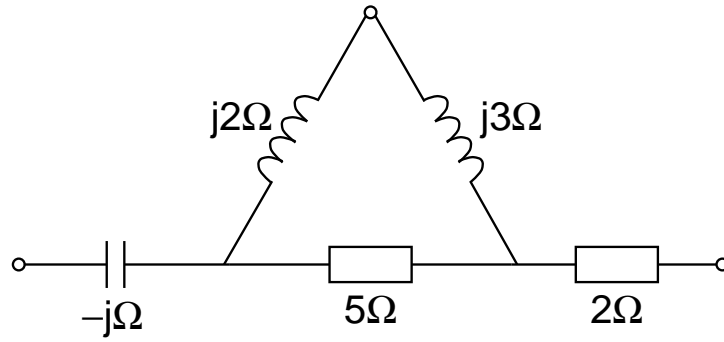
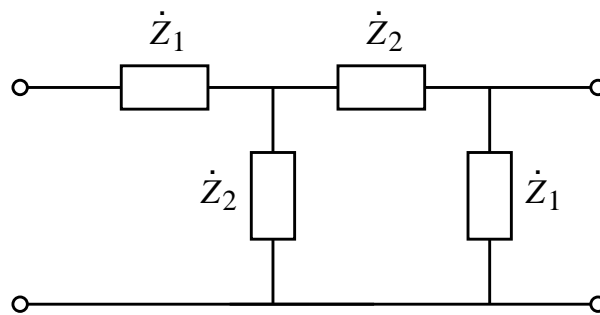


電気回路 III 第 8 回演習

8-1: 下図の回路を等価な Y 結線回路に変換せよ.

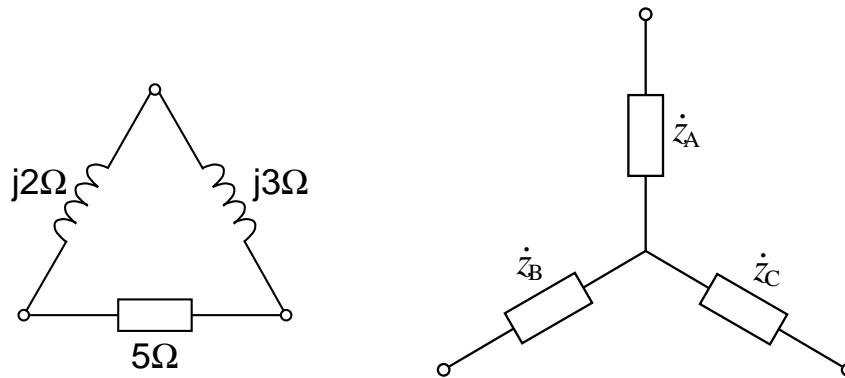


8-2: 以下の四端子回路の接続行列を求めよ.



(解答)

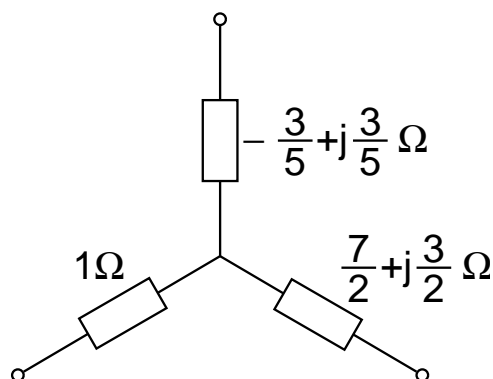
8-1:



まず Δ 結線された部分の回路(上図左)をY結線回路(上図右)に変換する. Y- Δ 変換の公式を利用すると, Y結線回路の各要素のインピーダンスは以下のように計算できる.

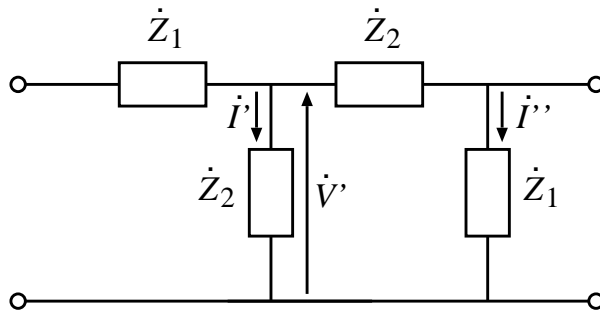
$$\begin{aligned}\dot{z}_A &= \frac{\dot{Z}_3 \dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} = \frac{-6}{5 + j5} = \frac{6 \angle 180^\circ}{5\sqrt{2} \angle 45^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{5} \angle 135^\circ = -\frac{3}{5} + j\frac{3}{5} \Omega \\ \dot{z}_B &= \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} = \frac{j10}{5 + j5} = \frac{10 \angle 90^\circ}{5\sqrt{2} \angle 45^\circ} = \sqrt{2} \angle 45^\circ = 1 + j \Omega \\ \dot{z}_C &= \frac{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} = \frac{j15}{5 + j5} = \frac{15 \angle 90^\circ}{5\sqrt{2} \angle 45^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \angle 45^\circ = \frac{3}{2} + j\frac{3}{2} \Omega\end{aligned}$$

この等価変換された回路に残りのインピーダンスを付け加えたものもY結線回路となるので, 元の回路と等価なY結線回路は以下の図のとおりである.



8-2:

定義にしたがって $I_2 = 0$ および $V_2 = 0$ のときの V_1, I_1 と V_2, I_2 の関係を求める.



まず，上図のように左側の \dot{Z}_2 を流れる電流 \dot{I}' ，右側の \dot{Z}_1 を流れる電流を \dot{I}'' とし，左側の \dot{Z}_2 にかかる電圧を \dot{V}' とする。

$\dot{I}_2 = 0$ とすると，出力側の端子は開放されているため， $\dot{I}'' = \dot{V}_2 / \dot{Z}_1$ となる．よって， \dot{V}' は

$$\dot{V}' = (\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1)\dot{I}'' = \frac{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}\dot{V}_2$$

となる．これより，

$$\dot{I}' = \frac{\dot{V}'}{\dot{Z}_2} = \frac{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{V}_2$$

が成り立つので，電流 \dot{I}_1 は

$$\dot{I}_1 = \dot{I}' + \dot{I}'' = \frac{\dot{Z}_1 + 2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{V}_2$$

と求められ，

$$C = \frac{\dot{Z}_1 + 2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}$$

となる．また，

$$\dot{V}_1 = \dot{Z}_1\dot{I}_1 + \dot{V}' = \frac{\dot{Z}_1^2 + 3\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2^2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{V}_2$$

となるので，

$$A = \frac{\dot{Z}_1^2 + 3\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2^2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}$$

と求められる．

次に， $\dot{V}_2 = 0$ とすると，出力端が短絡されるので， $\dot{I}'' = 0$ となり，一番右のインピーダンス \dot{Z}_1 は無視して（取り外して考えて）よい．よって，二つの \dot{Z}_2 とも電圧 \dot{V}' がかかることから，いずれの \dot{Z}_2 にも電流 \dot{I}_2 が流れ， $\dot{V}' = \dot{Z}_2\dot{I}_2$ となる．また， $\dot{I}_1 = 2\dot{I}_2$ であり，

$$\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \times 2\dot{I}_2 + \dot{V}' = (2\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)\dot{I}_2$$

となる。したがって、

$$B = 2\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2$$

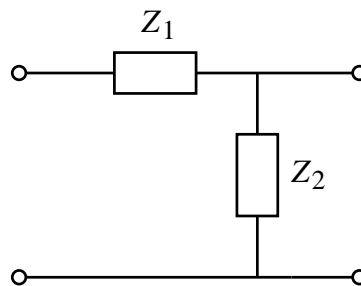
$$D = 2$$

となる。

(別解)

授業資料の例題にあるように、下図の回路の接続行列は

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)/\dot{Z}_2 & \dot{Z}_1 \\ 1/\dot{Z}_2 & 1 \end{bmatrix}$$



問題の回路は、この回路とこの回路のインピーダンスを入れ替えた回路の縦続接続となっているので、求める接続行列は

$$\begin{bmatrix} (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)/\dot{Z}_2 & \dot{Z}_1 \\ 1/\dot{Z}_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)/\dot{Z}_1 & \dot{Z}_2 \\ 1/\dot{Z}_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{Z}_1^2 + 3\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_2^2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2} & 2\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 \\ \frac{\dot{Z}_1 + 2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2} & 2 \end{bmatrix}$$

となる。