1. 直線運動

キーワード

- 速さ (等速直線運動，変位)
- 加速度 (等加速度直線運動)
- 重力加速度 (自由落下)

力学 I 内容

1. 直線運動
2. ベクトル

---

3. 平面運動
4. 運動の法則
5. 摩擦力と抵抗
6. 振動
7. 仕事とエネルギー
8. 運動量と力積，衝突
9. 角運動量

3章以降は，運動の向きを考えなければならない

1. 直線運動

キーワード

- 速さ (等速直線運動，変位)
- 加速度 (等加速度直線運動)
- 重力加速度 (自由落下)

速さ (p.2)

物体の運動状態を表す量(スカラー)を速さという.

$$平均の速さ(\mathrm{m/s}) = \frac{移動距離(\mathrm{m})}{移動時間(\mathrm{s})} \qquad (1.1)$$

「速さ」という意味では，「平均の速さ」も「瞬間の速さ」も考え方は同じです.

平均速度 (p.5)

時刻 ***t*** に位置 ***x(t)*** にあった物体が時刻 ***t+Δt*** に位置 ***x(t+Δt)***に移動した時に，時間 ***Δt*** に位置が ***x(t+Δt)-x(t)≡Δx*** だけ変化したので，この時の平均速度は

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \qquad 平均速度=\frac{変位}{時間} \qquad (1.5)$$

「速さ」と「速度」の違い ⇒ 運動の方向を考慮するかしないか

速度 (p.5)

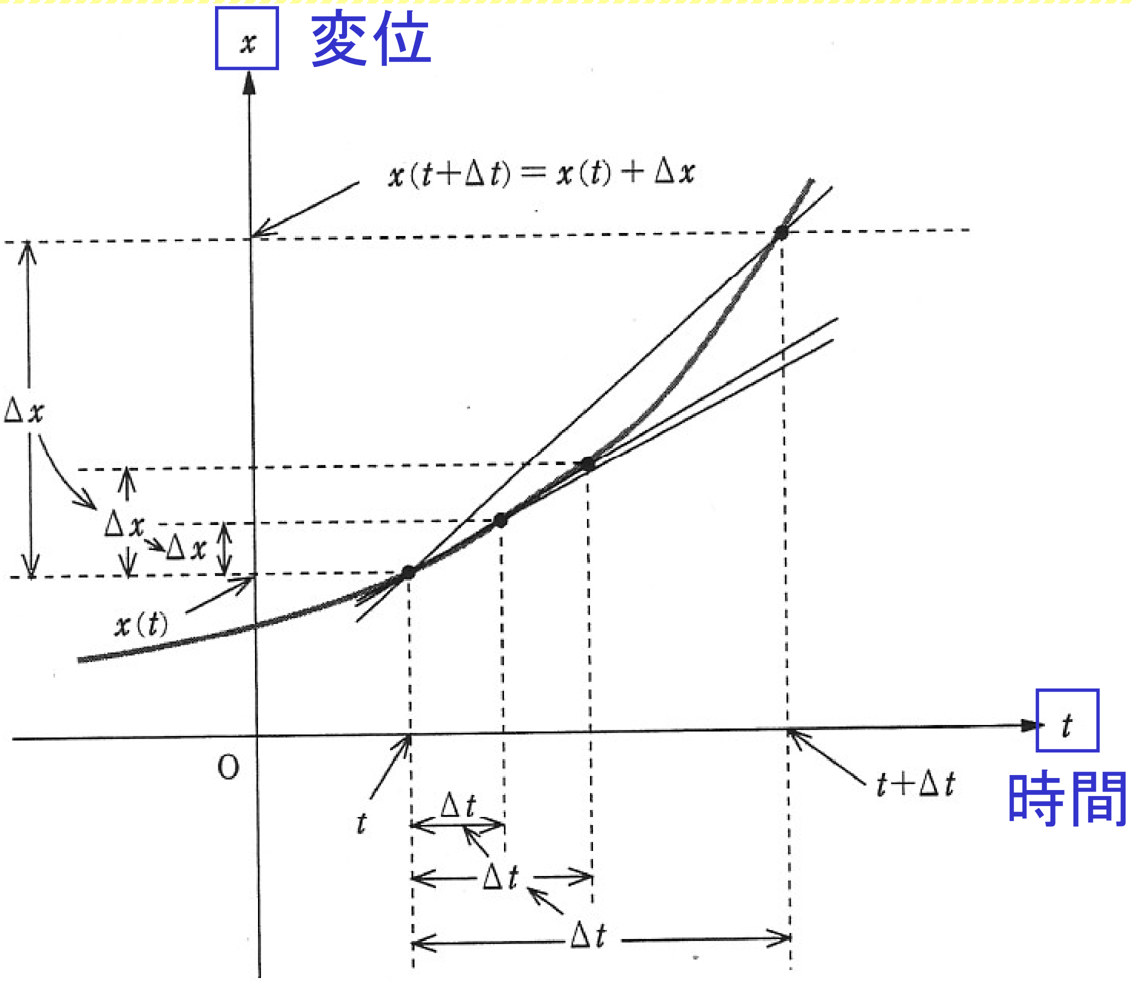


図 1.11　位置-時刻図（x-t 図）と速度．直線の勾配 $\Delta x/\Delta t$ は時間 Δt での平均速度を表す．これらの直線の $\Delta t \to 0$ での極限の直線は，時刻 t での x-t 曲線の接線に一致する．この接線の勾配が時刻 t での速度（瞬間速度）である．

単位について

速さの単位 (m/s)

長さ: m (メートル)

1 km=1,000 m, 1 m=100 cm, 1 cm=10 mm

k (キロ)=10^3, c (センチ)=10^{-2}, m (ミリ)=10^{-3}

時間: s (秒)

1 h (時間)=60 min (分)=3,600 s (秒)

1日=24 h=1,440 min=86,400 s

※演習問題で「速さ」を求める際には，必ずその単位を「**m/s**」にするようにして下さい．

SI単位系

The International System of Units=国際単位系

長さ	**m**
質量	**kg**
時間	**S**
力	**N** [kg・m/s^2]
圧力，応力	**Pa** [N/m^2=kg・m^{-1}・s^{-2}]
エネルギー	**J** [N・m=kg・m^2・s^{-2}]
温度	**K**

等速直線運動 (p.6)

速度が一定の場合の直線運動

ある時間 t における物体の位置 x

$$x = v_0 t + x_0 \quad (1.7)$$

x_0: $t = 0$における物体の位置

(p.6, 図1.14参照)

加速度ゼロ
速度一定
の運動

相対速度 (p.7)

物体の動く速度を，あるものを基準として考える.

運動しているふたつの物体がある(物体A, B)場合，

物体B(速度v_B)から見た物体A(速度v_A)の速度を

$$v_{AB}$$

と考え，これを物体Bに対する物体Aの相対速度という.

$$v_{AB} = v_A - v_B$$

「速度」と「微分」

$$\text{平均の速さ(m/s)} = \frac{\text{移動距離(m)}}{\text{移動時間(s)}}$$

変位 x が時間 t の関数として表される時，$x = f(t)$

x を t で微分することによりある時間 t における速さを求めることができる．→ (1.6), (1.8)

「速度」と「微分」

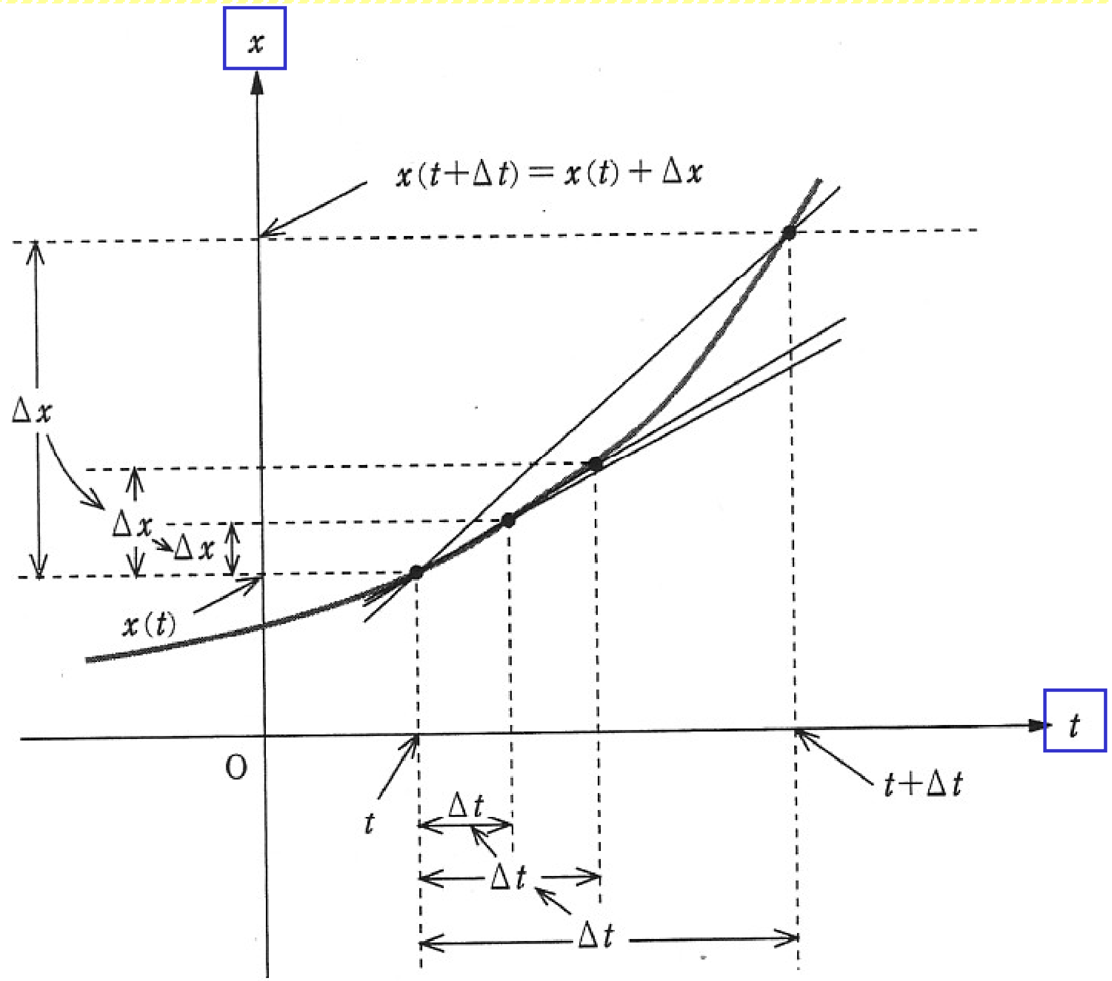


図 1.11　位置-時刻図（x-t 図）と速度．直線の勾配 $\Delta x/\Delta t$ は時間 Δt での平均速度を表す．これらの直線の $\Delta t \to 0$ での極限の直線は，時刻 t での x-t 曲線の接線に一致する．この接線の勾配が時刻 t での速度（瞬間速度）である．

「変位」と「積分」(p.8)

「変位」＝「速度」×「移動時間」

速度 v が時間 t の関数として表される時，$v = f(t)$

v を t で積分することによりある時間 t における変位を求めることができる．→ (1.18), (1.19)

「変位」と「積分」

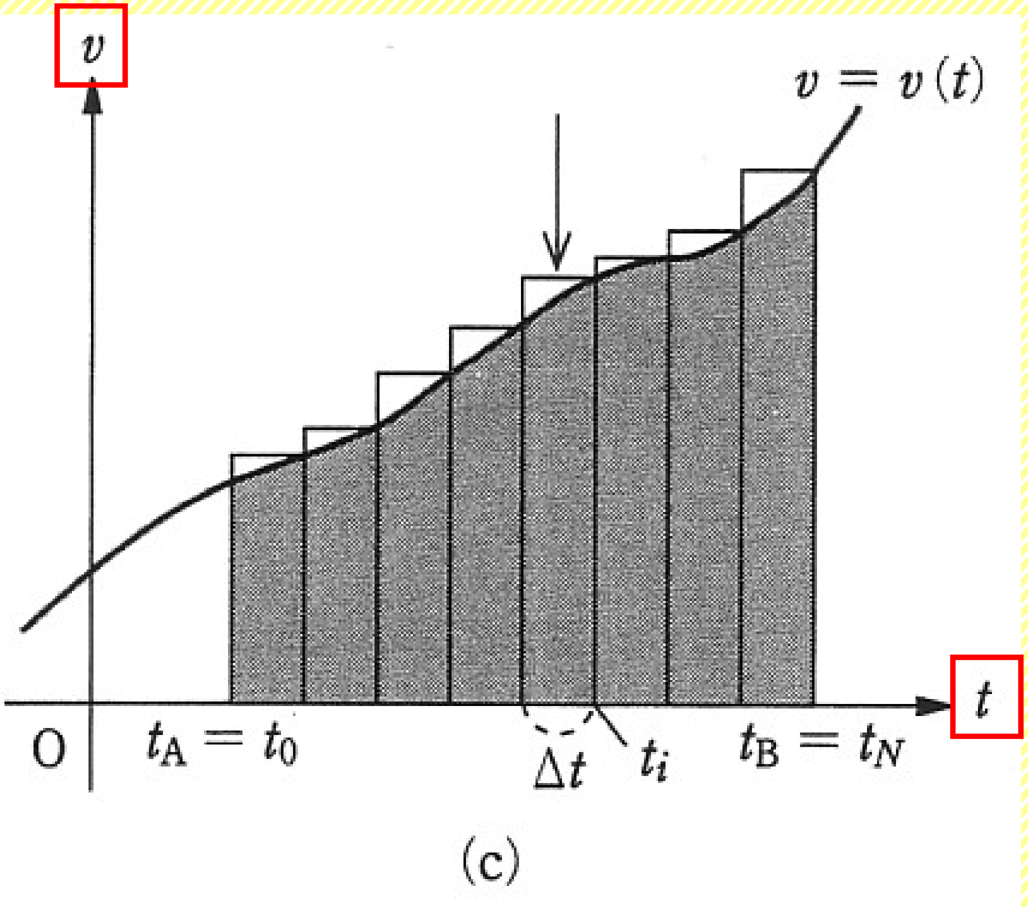


図 1.16　速度-時刻図（v-t 図）

「速度」と「変位」，「微分」と「積分」

<u>「速度」＝「変位」÷「時間」</u>

→ <u>変位 x を時間 t で微分</u>

<u>「変位」＝「速度」×「時間」</u>

→ <u>速度 v を時間 t で積分</u>

加速度 (p.10)

ある時間における速度の変化を加速度という.

$$\text{平均の加速度}(\mathrm{m/s^2}) = \frac{\text{速度の変化}(\mathrm{m/s})}{\text{速度の変化する時間}(\mathrm{s})}$$

地震における加速度の大きさ: ガル(gal)

$$1\ \mathrm{gal} = 1\mathrm{cm/s^2} = 0.01\mathrm{m/s^2}$$

重力加速度: g

$$\mathbf{g = 9.8\ m/s^2} = 980\ \mathrm{gal}$$

等加速度直線運動 (p.11)

物体が直線に沿って運動し，各時間における速度の変化(加速度)が一定の場合，この運動を等加速度直線運動という.

速度：$v = v_0 + a_0 t$ (1.27)

変位(移動距離)：$x - x_0 = \overline{v}t = v_0 t + 1/2 a_0 t^2$ (1.28)

位置：$x = x_0 + v_0 t + 1/2 a_0 t^2$ (1.29)

$$v^2 - {v_0}^2 = 2a_0(x - x_0) \quad (1.31)$$

等加速度直線運動 (p.12)

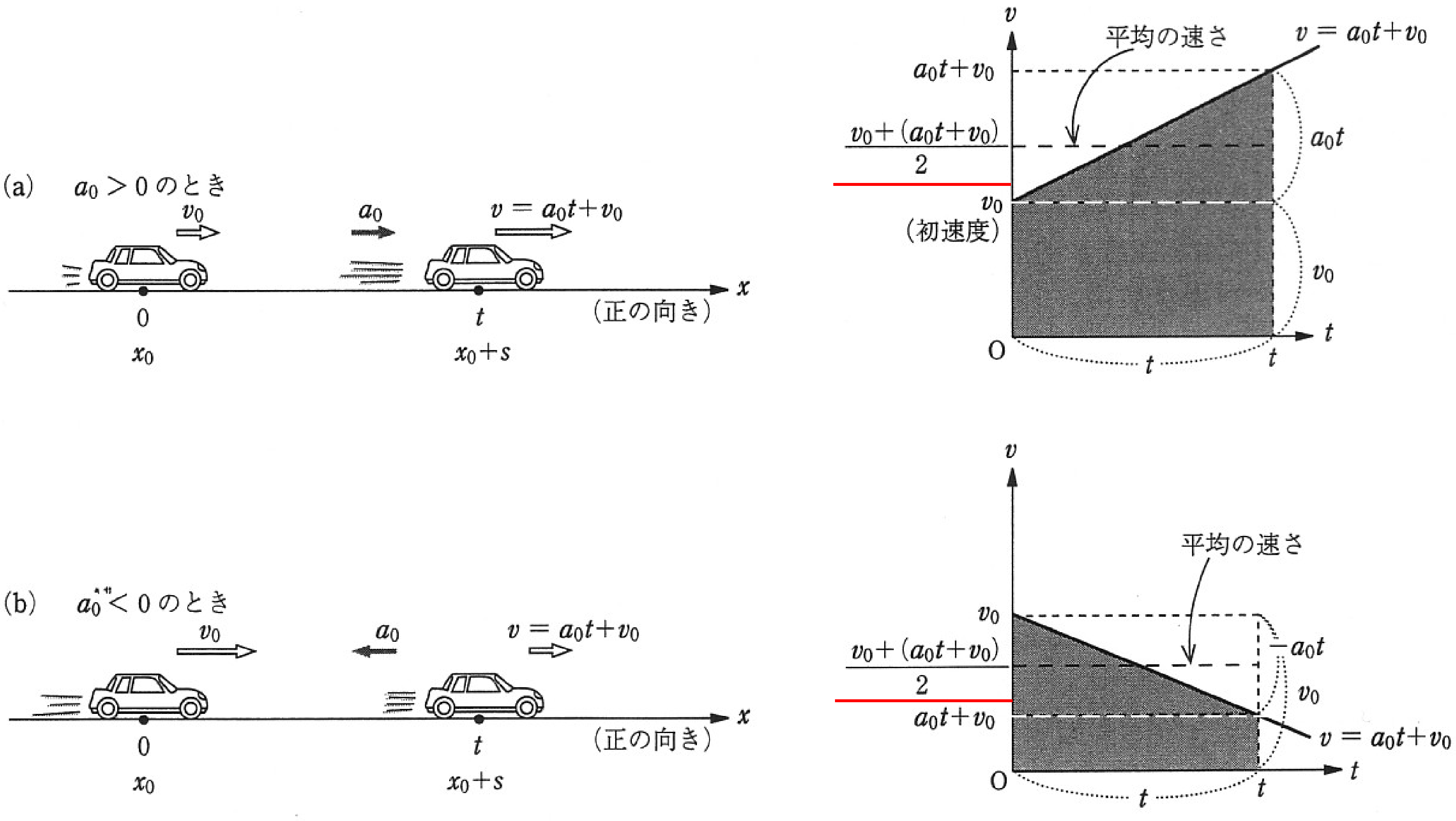


図 1.20　等加速度直線運動．アミの部分の面積 $v_0t + \frac{1}{2}a_0t^2$ が移動距離 s である．

(1.31)式の導出方法

(1.27)式: $v = a_0 t + v_0$ ⇨ (1.30)式: $t = \dfrac{v - v_0}{a_0}$

(1.30)式を(1.28)式の右辺に代入

$$v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 = \frac{t}{2}\left(2v_0 + a_0 t\right)$$

$$= \frac{t}{2}\left(2v_0 + v - v_0\right)$$

$$= \frac{t}{2}\left(v_0 + v\right)$$

(1.31)式の導出方法

$$x - x_0 = \boxed{t} \over 2 (v_0 + v)$$

$$= \frac{v - v_0}{2a_0}(v_0 + v)$$

$$2a_0(x - x_0) = (v - v_0)(v + v_0)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a_0(x - x_0) \quad (1.31)$$

等加速度直線運動 (p.11)

物体が直線に沿って運動し，各時間における速度の変化(加速度)が一定の場合，この運動を等加速度直線運動という.

速度 : $v = v_0 + a_0 t$ (1.27)

変位(移動距離) : $x - x_0 = \overline{v}t = v_0 t + 1/2 a_0 t^2$ (1.28)

位置 : $x = x_0 + v_0 t + 1/2 a_0 t^2$ (1.29)

$$v^2 - {v_0}^2 = 2a_0(x - x_0) \quad (1.31)$$

「位置」と「変位」

位置：ある時間 t において存在する場所．時間 t の関数として表される時の x のこと．$\rightarrow x\,(\mathrm{t})$

変位：ある時間 t_0 から t_1 までの間に動いた距離のこと．$\rightarrow$ 距離 $= x(t_1) - x(t_0)$

※変位の計算においては，運動の向きは関係ないことに注意して下さい．

「加速度」と「速度」,「変位」

変位 x を時間 t で微分すると, 速度 v (=dx/dt)が得られる.

速度 v を時間 t で微分すると, 加速度 a (dx^2/d^2t)が得られる.

「変位」　「速度」　「加速度」

$$\underline{\underline{x}} \rightarrow \underline{\underline{v}} = \frac{dx}{dt} \rightarrow \underline{\underline{a}} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$\longrightarrow$ 微分

積分 $\longleftarrow$

重力加速度 (p.14)

地球が物体を引く力，重力によって生ずる加速度を重力加速度という．重力加速度の大きさは，地球上の場所によりわずかに違う．標準には，北緯45° の海面上の値 $= 980.665\ \mathrm{cm/s^2} =$ **<u>9.8 m/s²</u>** を用いる．

赤道 : $978.0\ \mathrm{cm/s^2}$

東京 : $979.8\ \mathrm{cm/s^2}$

京都 : $979.7\ \mathrm{cm/s^2}$

富士山頂 : $978.8\ \mathrm{cm/s^2}$

極 : $983.2\ \mathrm{cm/s^2}$

【重力って?】

地球の上の物が地球から受ける力で、万有引力と地球の自転による遠心力とを合わせた力です。地球上の場所によって多少違う値を取ります。赤道の近くが最も小さくなります。ところで、万有引力というのはすべての物体の間で引き合う力です。その大きさは質量の積に比例して距離の二乗に反比例します。ニュートンにより発見されました。りんごが落ちる話は有名ですね。そこで、ここでは、重力加速度を測定します。では、重力加速度って何でしょう?　物に働く重力をその物の質量で割ったものです。その値は地球上の位置・高さによって異なります(万有引力が距離の2乗に比例することから判ると思います。概略の値は**約 $9.81m/s^2$** です。

【重力加速度を測定しよう】

では、重力加速度測定してみましょう。

【準備するもの】
(画像をクリックすると大きくなります。

ビデオカメラ		ここでは、PanasonicのDV-NS7を使用しました。DV(デジタルビデオ)カメラを使用することにより、画像をパソコンに取り込んでデータを処理できる利点があります。アナログビデオカメラとかDVCでパソコンを使用しなくても、撮影したビデオをテレビにコマ送りで映し出して、画面上で落下距離などを定規で測定しても重力の測定は十分可能だと思います。精度はかなり落ちるかもしれません。.ちなみに、1コマ**1/30秒(0.033333sec)**ですから、これはお間違えないように!!。
ボール		落下させるものは、何でも良かったのですが、丸いもののほうが後々のデータ整理がやりやすいのと、大きいものの方がビデオ写りが良いために、当時小学2年生の長男のドッジボールを使用しました。ここで、唯一大事なのが、このボールの直径を測定しておくことです。落下した高さを測定するよりも楽ですし,このボールの直径を基準にして落下距離もわかりますから(^^)。ということで、このボールの直径は**19cm**でした。
三脚		三脚を使用してビデオをきちんと固定しましょう。高々1秒程度の撮影ですが、これにより画面のぶれが少なくなり、重力加速度の測定が正確になります。横に写っているのはレリーズですが、ビデオ撮影にはまったく必要ありません(^^ゞ。この画像は、日食の写真を撮ろうで使った画像を使いまわしているだけだったりしますから(^^ゞ。
高いところ		さて、高いところが必要です。重力加速度が$9.81m/s^2$ですから、1秒間に4.9mほど落下します。しかし、ビデオカメラのフレームレートが30fps(1秒間に30コマ)ですから、データとしては20個もあれば十分です。そうすると、0.7秒くらいの撮影で良いですから、**2.5mくらいの高さ**でで十分です。今回は左の写真に見られるように、私の自宅の2階のベランダからボールを落としました。当時小学2年生の長男の顔は見えないですが、良く見るとボールを落とす手は見えています。布団が干してあったり、車が見えてたりあまり綺麗ではないですが、計測ですから十分です(^^ゞ。

【データを整理しよう】

こういう物理実験では、実験のアイデアとそのデータ整理が重要です、今回の重力測定でのアイデアは、家庭用ビデオカメラを使用して実験できるということがポイントです。データ整理は結構大変ですが、ビデオを使っていることで直感的に判るかもしれません。

【ボールが落ちるのをコマ送りで見よう】

アニメーション

0.0sec0.1sec0.2sec0.3sec0.4sec0.5sec0.6sec0.7sec0.8sec0.9sec

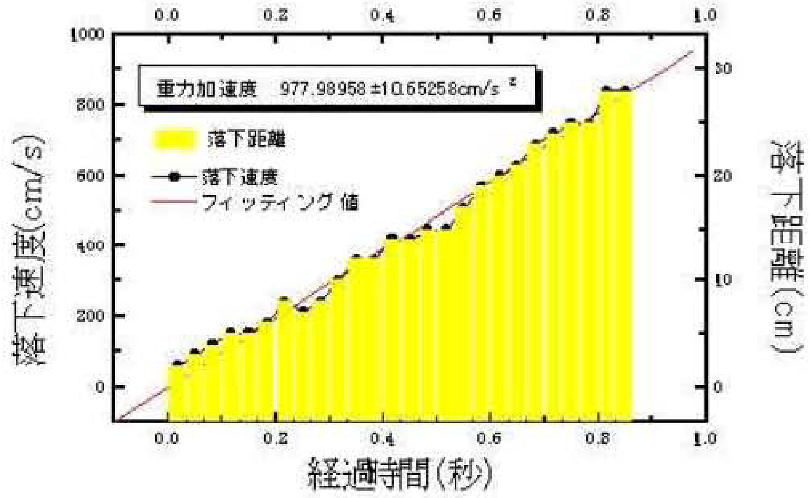
まずは、撮影したビデオを見てみましょう。大画面のテレビがあればそれに接続してみるのが一番判りやすいです。まずは、通常再生、スロー再生、コマ送りと順番に見てみましょう。左にはビデオカメラからパソコンに取りこんだ画像を示して置きます。最も左端の画像は、落下時のアニメーションでスロー再生されています。その右には、取り込んだ画像を0.1秒ごとに分解した写真を載せました。この写真はほぼ等間隔で並んでいるので、ボールが落ちるに従って、ボールの落ちる距離が長くなっていくのが判るでしょう。このビデオや分解写真ではわからない正確なデータを得るために、ビデオをコマ送りで再生しながらデータを取っていきます。**落下距離**はボールの直径を基準にしてボールの直径の何倍の距離を落下したか記録していきましょう。**時間**は、1コマで1/30秒経過しますので、2コマ目で1/30秒経過、3コマ目で2/30秒経過します。これで、ボールが落下する場合の経過時間に対する落下距離のデータが出来上がります。ちなみに、私のようにパソコンでビデオ映像を取りこむことのできる環境がある人は、実際の取り込んだデータを用いて、画像から落下距離と時刻のデータを作成するのが良いでしょう。もちろんこの時は画像のピクセルを単位にし、落下距離はボールの大きさを基準に整理するとよいです。

【落下速度と経過時間をグラフにして見ましょう.】

この右の表は2つの隣り合った画像間の落下距離と落下速度(画像間のボールの落下距離の差を画像間のの落下時間の差で割ったもの)、そして、その経過時間(画像間の平均時間)を記したものです。通常,学校の授業などで重力加速度を測

落下距離の差(cm)	落下速度(cm/s)	経過時間(s)
2	60	0.0167

めると$9.78 m/s^2$という値が得られます。これが重力加速度の測定値です。実際の値$9.81 m/s^2$と良く一致しています。こんな簡単な実験でも1%以下の精度で重力加速度が求められます(^^)



12	360	0.35
12	360	0.3833
14	420	0.4167
14	420	0.45
15	450	0.4833
15	450	0.5167
17	510	0.55
19	570	0.5833
20	600	0.6167
21	630	0.65
23	690	0.6833
24	720	0.7167
25	750	0.75
25	750	0.7833
28	840	0.8167
28	840	0.85

さて、このことから、**重力(g)によって速度(v)は時間(t)に比例して増えていく(v=gt)**、そして、その増える割合は一秒間に9.78m/sの速度だけ増え.それを重力加速度といい、その値は$9.78 m/s^2$であることが判りました。ところで、上のグラフの■は、もともと、1/30秒間に落下した距離ですから、この棒グラフの和(棒を全部足した値)は落下し始めた最初の時刻(0秒)からの落下距離全体になります。要するに■の部分の面積が落下距離になります。そこで、全体の落下距離は、この■で区切られた三角の領域の面積です。従って、その面積を計算すれば、**底辺(t)掛ける高さ(v)割る2**が三角形の面積ですから、**落下距離(h)はその時の落下速度(v)と時間(t)を掛けたものを2で割った値に等しい(h=vt/2)**という法則が判りました。

v=gt　落下速度は重力加速度に落下時間を掛けた値に等しい

h=vt/2　落下距離はその時の落下速度に落下時間を掛けて2で割った値に等しい

$h=gt^2/2$　落下距離は重力加速度に落下時間の2乗を掛けて2で割った値に等しい

$$\frac{\text{速度}(m/s)}{\text{時間}(s)} = \text{加速度}(m/s^2)$$

自由落下 (p.14)

物体をある高さの所から静かに手を離した時の運動.

初速度 $v_0 = 0$. 下向きを正とする.

$$v = gt \qquad (1.43)$$

$$d = 1/2gt^2 \qquad (1.44)$$

$$v^2 = 2gd \qquad (1.48)$$

自由落下は初速度0(m/s), 1秒間に g ずつ下向きに速度が速くなる運動. 加速度が g の等加速度運動とも考えられる.

等加速度直線運動 (p.11)

物体が直線に沿って運動し，各時間における速度の変化(加速度)が一定の場合，この運動を等加速度直線運動という.

速度：$v = v_0 + a_0 t$　(1.27)

変位(移動距離)：$x - x_0 = \bar{v}t = v_0 t + 1/2 a_0 t^2$ (1.28)

位置：$x = x_0 + v_0 t + 1/2 a_0 t^2$　(1.29)

$$v^2 - {v_0}^2 = 2a_0(x - x_0) \quad (1.31)$$

鉛直投げ上げ (p.17)

物体を初速度v_0で投げ上げた時の運動．上向きを正とする．

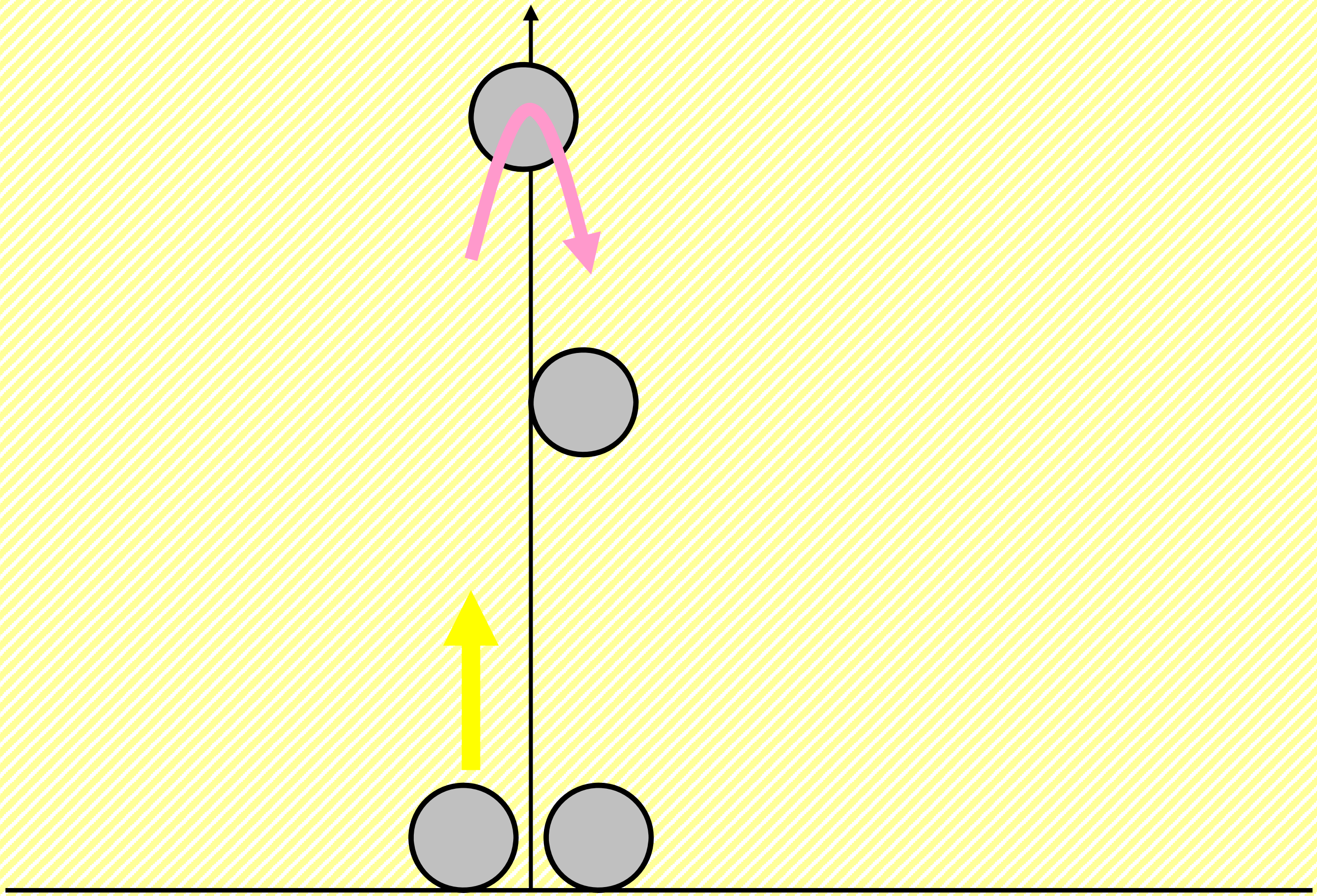
$$v = v_0 - gt \qquad (1.51)$$

$$d = v_0 t - 1/2gt^2 \qquad (1.52)$$

$$v^2 = v_0{}^2 - 2gd$$

初速度がゼロかそうでないかの違いのみで，あとは自由落下と考え方は同じです．また，「鉛直投げ下ろし」という運動もあります．

鉛直投げ上げ



力学的エネルギー保存則

物体が運動の有様(速度や位置)を変えても，外力による仕事が加わらない限り，

位置エネルギーと運動エネルギーの総和は一定に保たれる

これを**<u>力学的エネルギー保存の法則</u>**という.

位置エネルギー：(質量)×(重力加速度)×(高さ) = mgh

運動エネルギー：1/2×(質量)×(速さ)^2 = $1/2mv^2$

力学的エネルギー保存則は，4章，7章でも出てきます

1章まとめ

速度: 時間 Δt における距離の変化 Δx

→ 等速直線運動

加速度: 時間 Δt における速度の変化 Δv

→ 等加速度直線運動

重力加速度も加速度のひとつ

自由落下，鉛直投げ上げ，鉛直投げ下ろしも等加速度直線運動のひとつ

演習問題 1-A-3

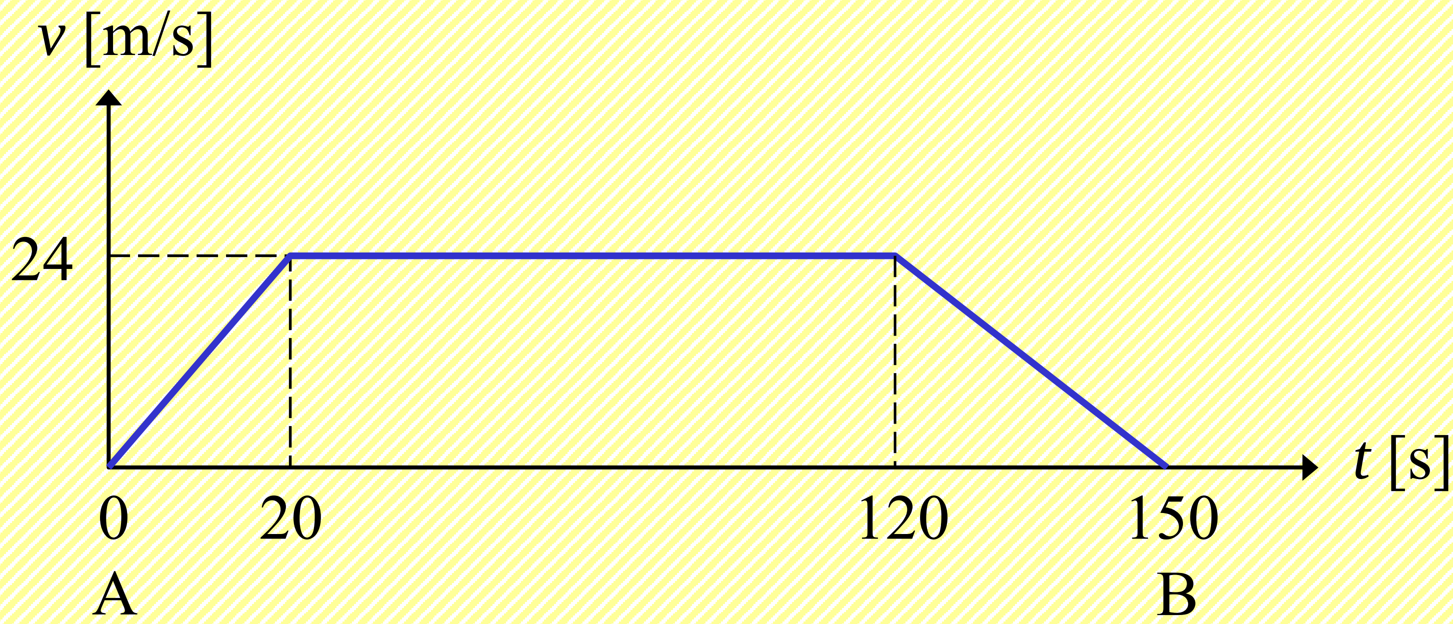
停車していた電車が発車30秒後に速度が18m/sになった.
加速度を求めよ.

t=0(s)の時, v=0(m/s) → t=30(s)の時, v=18(m/s)

加速度は Δt 間における速度の変化 Δv だから,

$$a\ (\mathrm{m/s^2}) = \frac{18\mathrm{m/s} - 0\mathrm{m/s}}{30\mathrm{s} - 0\mathrm{s}} = 0.6\ (\mathrm{m/s^2})$$

演習問題 1-A-4



(1) 2つの駅の距離 d : <u>距離 = 速さ × 時間</u> → 図の面積

(2) A-B間の平均の速さ : 距離 d ÷ 時間

(3) 加速度 : 速さの変化を求める

演習問題 1-A-5

加速度(a)は，速度(v)を時間(t)で微分してやればよい．

$$a = \frac{dv}{dt}$$

演習問題 1-A-7

自由落下の問題

$$v = gt \qquad (1.43)$$

$$d = 1/2gt^2 \qquad (1.44)$$

$$v^2 = 2gd \qquad (1.48)$$

(1.48)式を用いて v を，求めた v を用いて(1.43)式より t を求めることができます．

演習問題 1-A-8

性能のよいブレーキとタイヤのついた自動車では，ブレーキをかけると約7 m/s^{2}で減速できる．時速100 kmで走っていた自動車が急停止するまでに，どのくらい走行するか．

ポイント：

加速度が－7 m/s^{2}での等加速度運動と考えればよい．

速さの単位を統一して考えることに注意する．

$$v^2 - v_0{}^2 = 2a_0\left(x - x_0\right)$$ (1.31)式が使えます

演習問題 1-A-13

これも等加速度運動の問題.

離陸:初期速度ゼロから80m/sになるまでに要する距離.

離陸中止:離陸直前(=80m/s)より減速して速度ゼロになるために必要な距離.

※注意:離陸直前に離陸を中止しても大丈夫なための滑走路の長さ

$$v^2 - v_0{}^2 = 2a_0\left(x - x_0\right)$$ (1.31)式が使えます

演習問題 1-B-2

鉛直投げ上げ運動の応用問題.

$$v = v_0 - gt \qquad (1.51)$$

$$d = v_0 t - 1/2gt^2 \qquad (1.52)$$

$$v^2 = {v_0}^2 - 2gd$$

演習問題 1-B-3

鉛直投げ上げ運動の応用問題.

運動開始から1分間は加速度 $2g$ の等加速度運動.

その後は, 1分後の速度 v_1 , 下向きの重力加速度 g による鉛直投げ上げ運動と考えることができる.