



## 7. 仕事とエネルギー

### キーワード

- 仕事
- 力
- 運動エネルギー
- 力学的エネルギー(保存則)
- 仕事率



# 仕事とエネルギー (p.96)

## 仕事

物体 A が B に対して力  $F$  を及ぼして, 力の方向に距離  $s$  だけ変位したとき, 力  $F$  は物体 B に仕事をしたという. **仕事 = 力  $\times$  距離 ( $W = F \cdot s$ )**

## エネルギー

仕事をなし得る状態にあるとき, 物体はエネルギーを持つつという. つまり, **エネルギーは仕事をするのできる能力(可能性)**である.

# 力と仕事 1: 一定の力のなす仕事

仕事:  $W = F d$  (一定な力  $F$  のする仕事)

※ この時, (仕事) = (力) × (力の方向の変位) である.

物体の変位に垂直な外力は, 物体に仕事をしない.  
従って, 物体のエネルギーには関係がない.

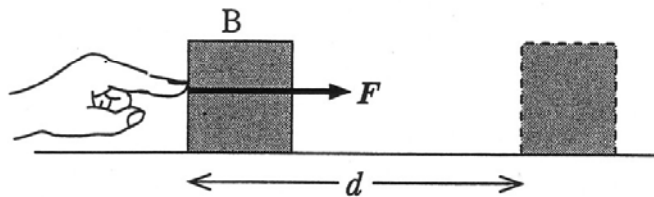


図 7.3  $W = Fd$

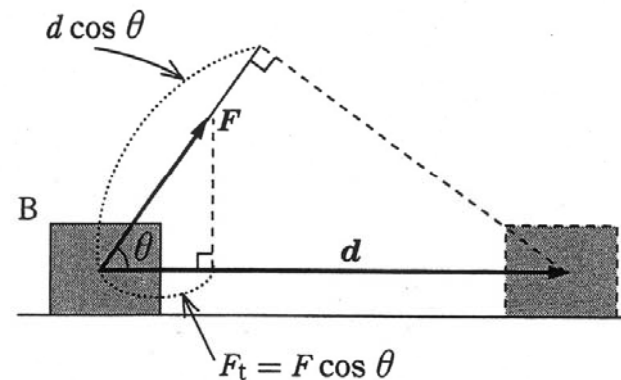



図 7.4  $W = Fd \cos \theta = F \cdot d$



# 仕事の単位

仕事の単位：ジュール (J)

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg m}^2 / \text{s}^2$$

$$(1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2)$$



# SI単位系

長さ	<b>m</b> (メートル)
質量	<b>kg</b> (キログラム)
時間	<b>s</b> (セカンド: 秒)
力	<b>N</b> [ $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ ]
圧力, 応力	<b>Pa</b> [ $\text{N}/\text{m}^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ]
エネルギー	<b>J</b> [ $\text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ]
温度	<b>K</b>

# 重力による位置エネルギーと重力のする仕事

重力による位置エネルギー:  $mgx$  (7.17)

位置エネルギーの変化が、  
重力のする仕事となる。

$$W = mg (x_2 - x_1)$$

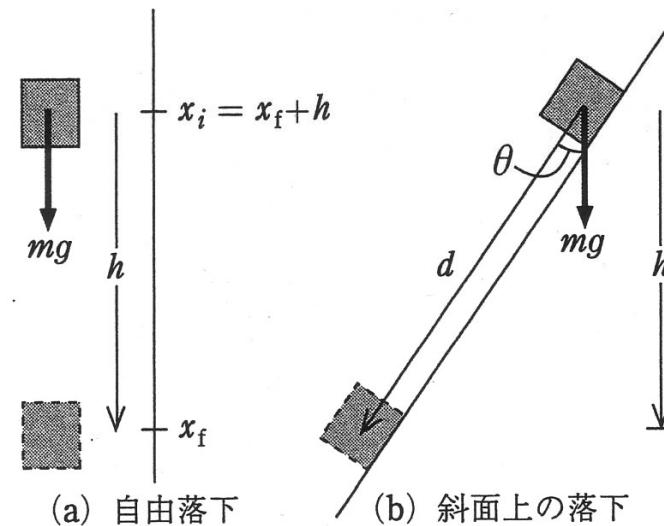


図 7.5 質量  $m$  の物体が高さ  $h$  だけ落下するとき重力のする仕事  
 $W = mgh$ .

**(仕事) = (力) × (力の方向の変位)**

# 力学的エネルギー保存則①

物体が運動の有様を変えても，外力による仕事  
が加わらない限り，

位置エネルギーと運動エネルギーの総和は  
一定に保たれる.

$$mgh + \frac{1}{2}mv^2 : \text{一定} \quad (7.20)$$

# 力と仕事 2: 一定でない力のする仕事

## ばねによる振動のエネルギーの話

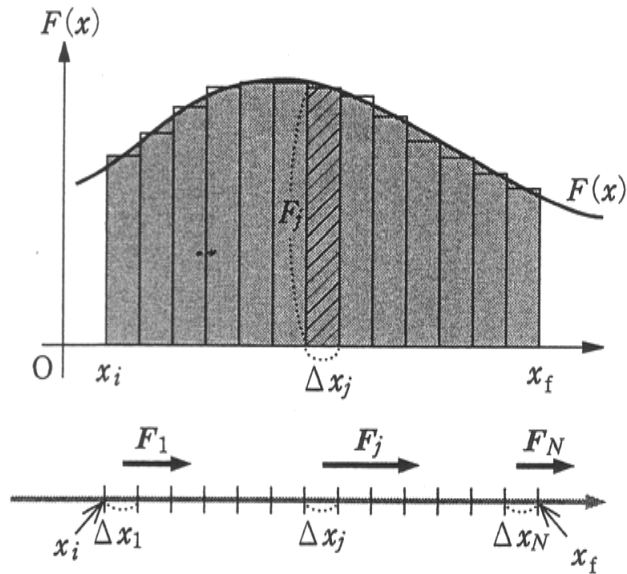


図 7.12 物体が  $x = x_i$  から  $x = x_f$  まで移動するとき力  $F(x)$  のする仕事

$$W_{i \rightarrow f} = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

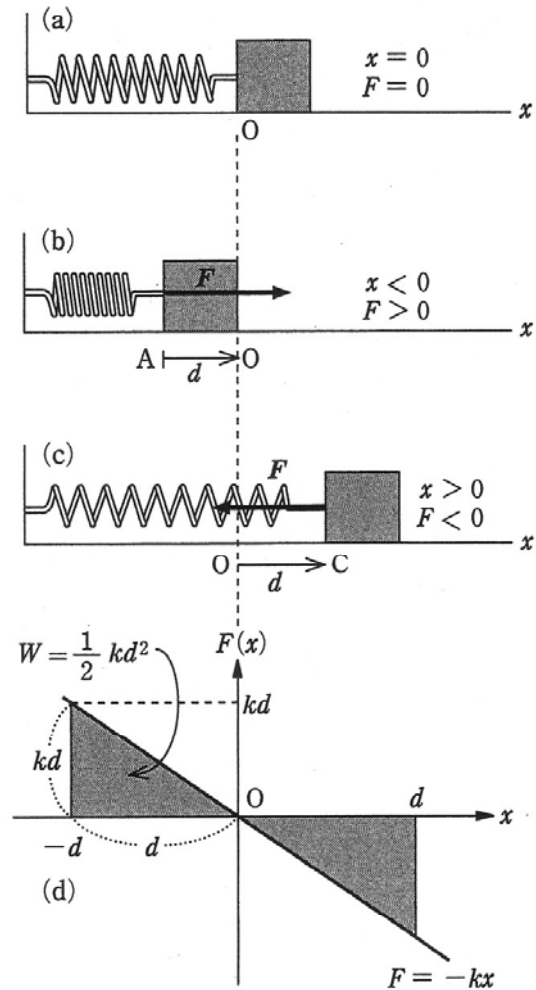


図 7.13



## 力学的エネルギー保存則②

ばねの運動(図7.13参照)において,

$F = -kx$  の復元力を受けて振幅  $A$  の単振動をしている質量  $m$  の質点が, 任意の時刻においてもつ力学的エネルギー, つまり,

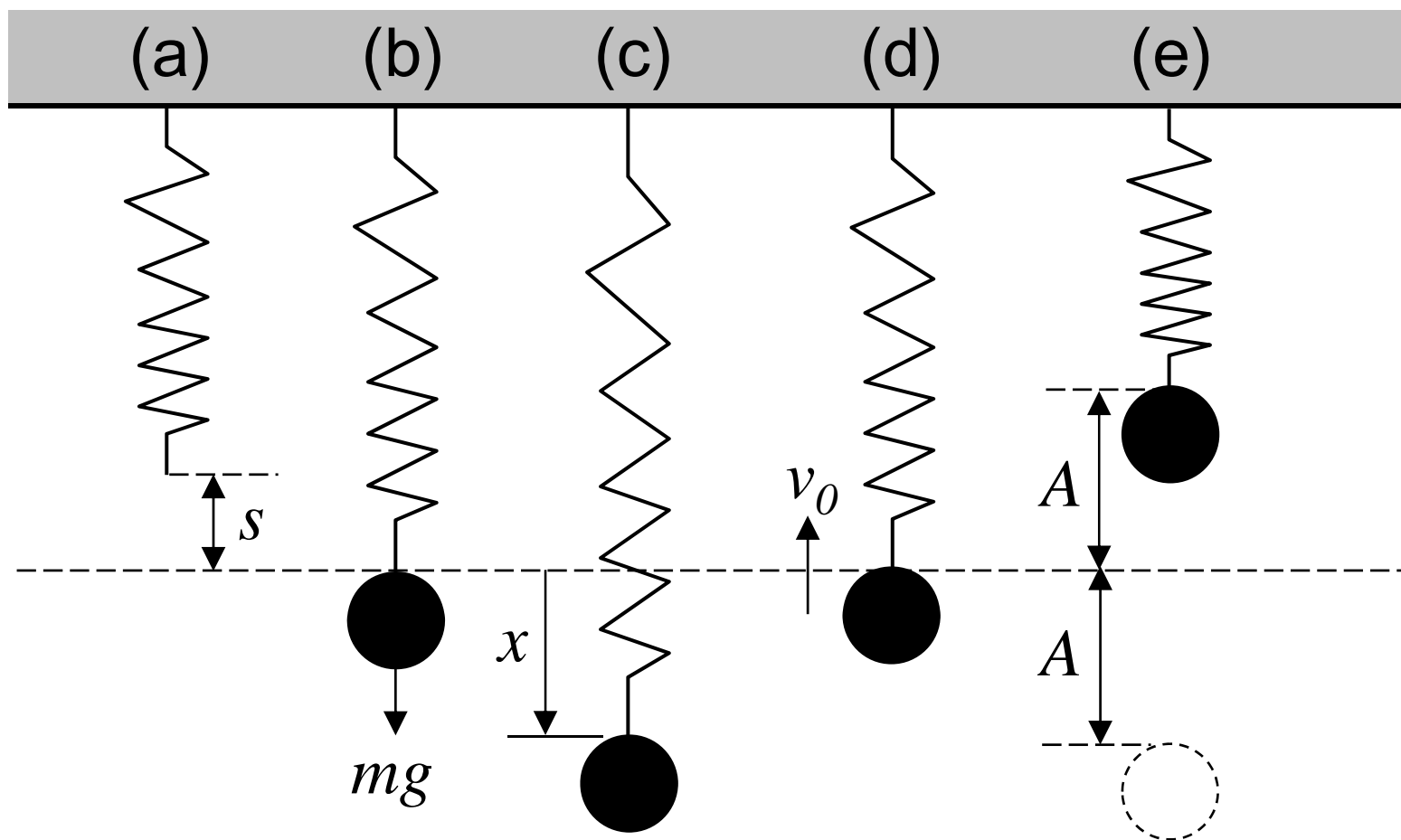
(復元力による位置エネルギー)+(運動エネルギー)

は一定であり, 力学的エネルギー保存の法則が成立する.

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 : \text{一定}$$

# 力学的エネルギー保存則③

## 錘をつるしたときのばねの振動エネルギー





## 3つの力学的エネルギー

1. 位置エネルギー:  $mgh$

2. 運動エネルギー:  $\frac{1}{2}mv^2$

3. ばねの弾性エネルギー:  $\frac{1}{2}kx^2$




## エネルギー変化と仕事 (p.105)

外力が物体に**正または負の仕事**をするとき、それに相当するだけ**物体のエネルギーは増加**、もしくは**減少する**。

例えば、質量  $m$  の物体が外力  $F$  を受けながら、その方向に  $s$  だけ変位する間に速さが  $v$  から  $v'$  になったとすると、

$$Fs = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \quad (7.44)$$

物体がされた仕事 = エネルギーの増加



# 「仕事」と「エネルギー」

1. 物体が外から仕事されるときは、それに相当する量だけ、物体の持つエネルギーは増加する(力の向きと運動の方向が同じ場合). **物体がされた仕事 = エネルギーの増加**
2. 物体が外力に逆らって仕事するときは、それに相当する量だけ、物体の持つエネルギーは減少する(力の向きと運動の方向が反対の場合). **物体がした仕事 = エネルギーの減少**



# 「摩擦力」のする仕事

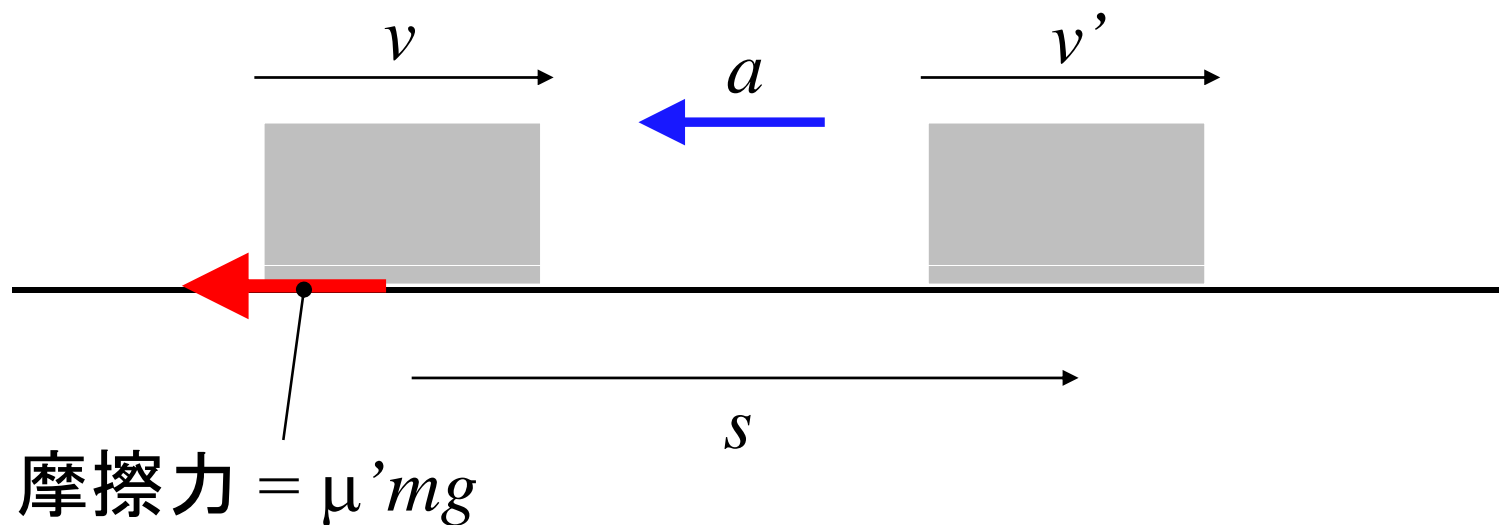
物体が粗い面上を運動する場合、摩擦力は変位(運動の方向)と反対向きであるから、物体は摩擦力に逆らって仕事をする。従って、その仕事量だけ物体の運動エネルギーは減少する。

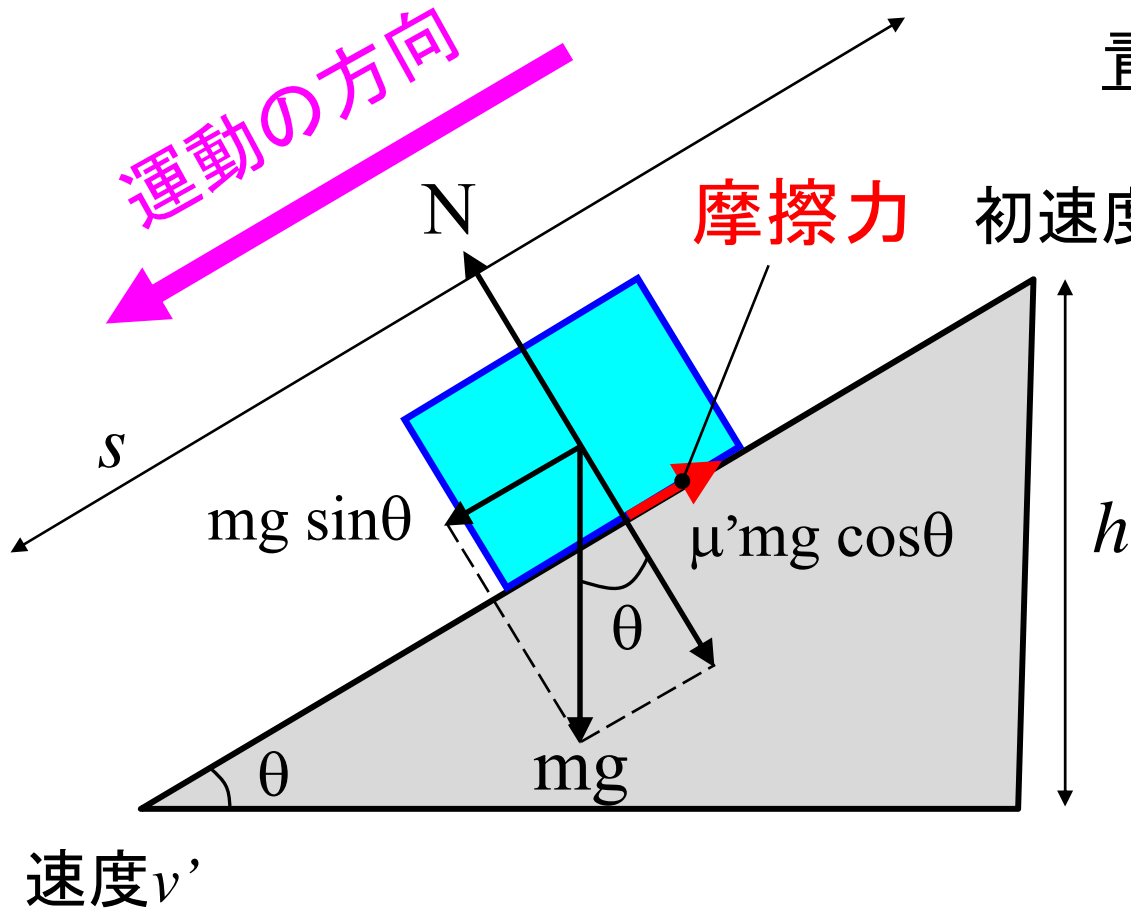
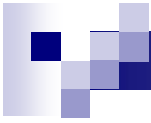
**摩擦力がした仕事 = エネルギーの減少量**

# 「摩擦力」のする仕事

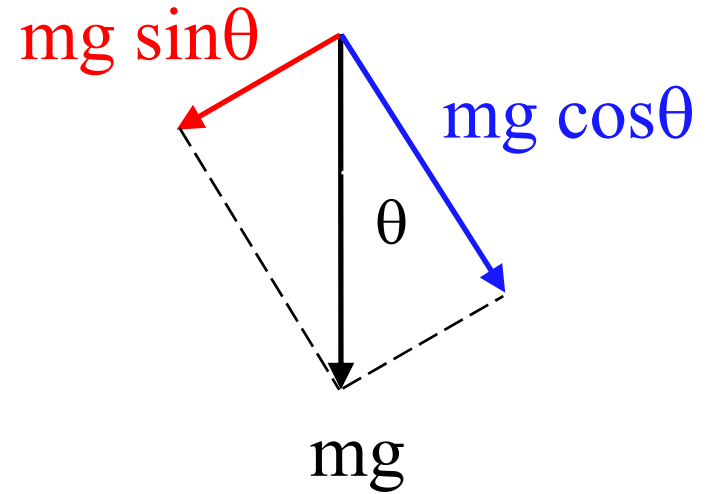
質量  $m$  の物体が、運動摩擦係数  $\mu'$  を持つ水平な面上を  $s$  だけ動いた時、速さが  $v$  から  $v'$  になったとすると、

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv'^2 = \mu' mgs$$



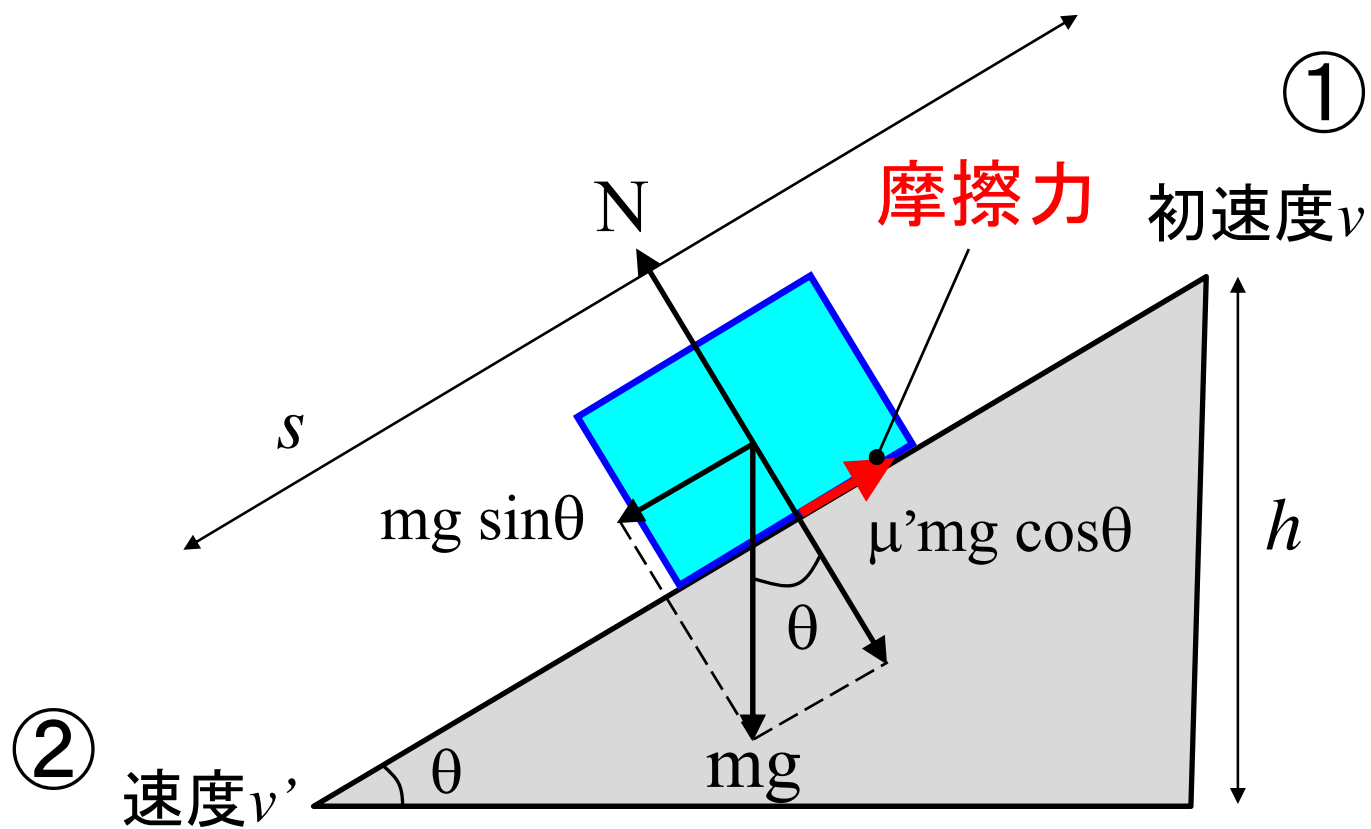


青い箱の質量:  $m$  (kg)



$$\underline{N = mg \cos \theta}$$





$$\left( \frac{1}{2} mv^2 + mgh \right) - \frac{1}{2} mv'^2 = \mu' mg \cos \theta s$$



# 保存力，非保存力，束縛力

「仕事」という観点から力を分類すると，

保存力：力学的エネルギー保存則を成立させる力．重力，ばねの弾力，万有引力，電気力など．

非保存力：力学的エネルギー保存則を成立させない力．摩擦力，抵抗力など．

束縛力：物体の運動の向きと力の向きが垂直な場合，仕事をしない力をいう．




# 仕事率 (p.110)

仕事率 (P): 単位時間に対する仕事の量 (W)

$$\text{仕事率 (P)} = \frac{\text{仕事 (W)}}{\text{時間 (t)}}$$

仕事率の単位 = W (ワット)

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ kg m}^2 / \text{s}^3$$

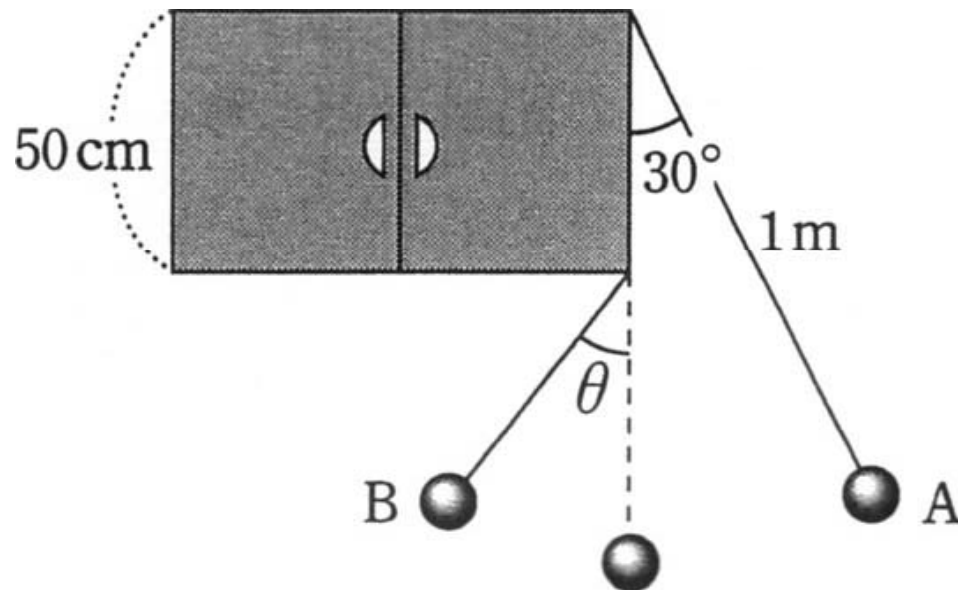


## 演習問題 7-A-3, 7-A-4, 7-A-5

力学的エネルギー(位置エネルギー, 運動エネルギー)に関する極めて基本的な問題です.

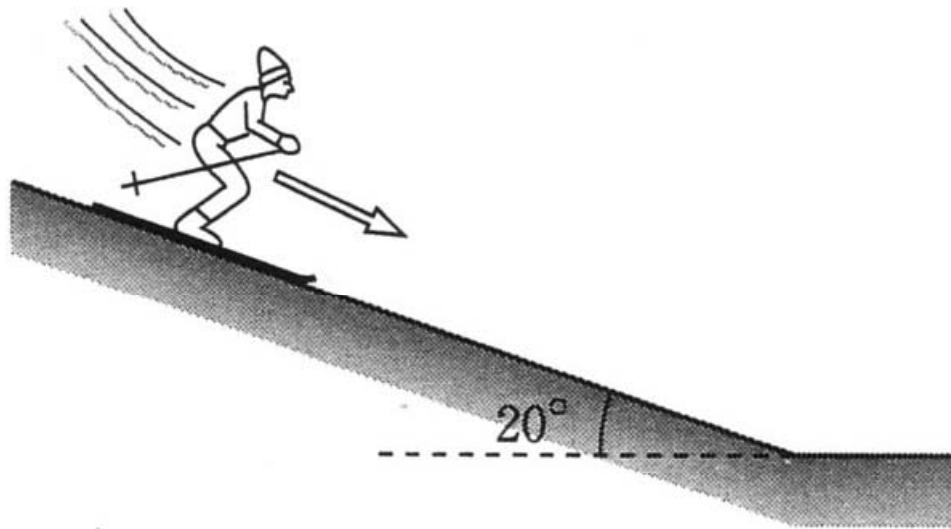
# 演習問題 7-A-11

天井を基準点( $h=0$ )と考えると、位置エネルギーと運動エネルギーの変化 = 力学的エネルギー保存則を考えればよい。



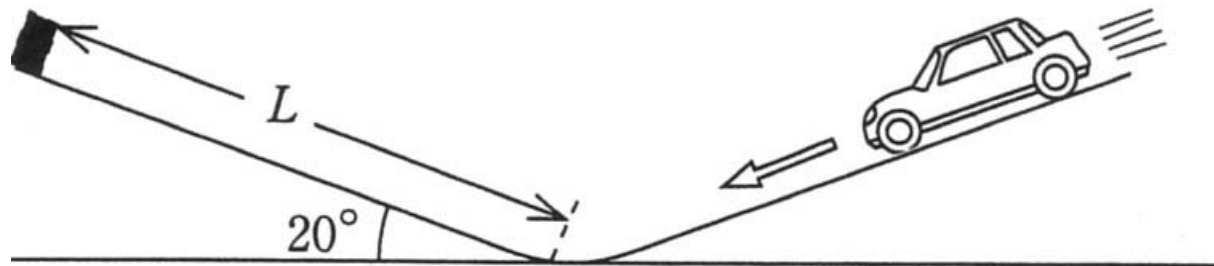
## 演習問題 7-A-23

- (1). 力学的エネルギー保存則を用いる.
- (2). スキーヤーの力学的エネルギー変化 = 仕事を求める.  
その仕事分が摩擦力により失われたと考える.



# 演習問題7-A-24

力学的エネルギーの変化は仕事と等しい, という関係を用いて考える.





# 演習問題 7-A-29

(1). 仕事(J) = 力(N) × 距離(m)

仕事率(W) = 仕事(J) ÷ 時間(s)

(2). (1)で求めた自動車がした仕事と摩擦力がした仕事等しくなると考える.

(3). (自動車が実際した仕事)と(化学的エネルギーとガソリン消費により求められる1mあたりの仕事量)の関係より答を求めればよい.





## 演習問題 7-A-32

(2) 1 kgの脂肪が提供するエネルギーの20%が仕事に変わる(脂肪を減らすことができる)

$$\underline{3.8 \times 10^7 \text{ J/kg} \times 0.2}$$



# 演習問題 7-B-3

力学的エネルギー保存則より考えてみましょう.

# 演習問題 7-B-6

エネルギー保存則を用いて解く応用問題です.

